Université Paul Sabatier
Licence STS – Parcours PC
Physique - L1

Thèmes 8 et 9 : Puissance, travail et énergie

2009–2010, durée : 6 h

Conformément à l'usage typographique international, les vecteurs sont représentés en gras

---

A – Questions de cours

I. Puissance d'une force

Donner l'expression de la puissance d'une force **F** qui s'exerce sur une particule (masse m, charge q) de vitesse $\mathbf{v}$. Calculer cette puissance pour un électron de vitesse $0{,}01\,c$ soumis à un champ électrique colinéaire à la vitesse de norme $E = 3 \times 10^5$ V.m^{-1}.

II. Travail d'une force

Quelle est l'expression du travail d'une force appliquée à un point matériel qui se déplace entre les points A et B d'une trajectoire $\mathcal{C}$? Dans le cas d'une force de frottement solide, de norme constante égale à $\mu m g$, $m = 10$ kg étant la masse du point et g l'intensité du champ de pesanteur, calculer son travail au cours d'un déplacement $AB = 5$ m, colinéaire à la force, à l'aller et au retour, sachant que le facteur de frottement $\mu = 0{,}3$. Commenter.

III. Théorème de l'énergie mécanique

Énoncer ce théorème, relatif à un point matériel, en faisant apparaître son énergie cinétique E_k, son énergie potentielle E_p d'interaction avec le milieu extérieur et la puissance P^{nc} des forces non conservatives.

IV. Discussion qualitative d'un mouvement conservatif à une dimension

Présenter cette discussion sur l'exemple du pendule circulaire astreint à rester en contact avec le guide ; on prendra l'origine des énergies potentielles lorsque l'angle θ que fait le pendule avec la verticale vaut $\pi/2$.

B – Exercices et problèmes

I. Puissance et travail de forces non conservatives

1) Donner les expressions de la puissance des forces suivantes, qui sont colinéaires au déplacement et de sens opposé :
   a) force de frottement solide, de norme constante ;
   b) force de frottement de Stokes, de norme proportionnelle à la vitesse ;
   c) force de frottement de Venturi, de norme proportionnelle au carré de la vitesse.
2) On considère un point matériel soumis à une force qui ne dépend que de la position de la particule sur laquelle elle s'exerce. Ses composantes cartésiennes sont :

$$F_x = 3Kx \qquad F_y = -5Ky$$

K étant une constante qui vaut 20 en unité SI. La trajectoire de la particule est définie par les équations suivantes :

$$y = \frac{x^2}{2p}$$

a) Représenter graphiquement la trajectoire, sachant que $p = 0{,}5$ m ;
b) Calculer le travail de cette force entre $x = 0$ et $x = 2$ m.

II. Aspect énergétique de la chute d'une gouttelette avec frottement visqueux

On analyse la chute d'une gouttelette d'eau, dans un nuage, sous l'action de son poids, partiellement compensé par la poussée d'Archimède, et de la force de frottement de Stokes d'expression $-\alpha\mathbf{v}$. L'équation différentielle caractéristique de cette chute est la suivante :

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathbf{v}}{\tau} = \mathbf{g}_a$$

τ étant une durée caractéristique et $\mathbf{g}_a$ un champ de pesanteur apparent. Ce dernier est relié au champ de pesanteur terrestre $\mathbf{g}$ ($g = 9{,}81$ m.s^{-2}) par l'équation $\mathbf{g}_a = (1 - \rho_a/\rho)\mathbf{g}$ dans laquelle ρ est la masse volumique de l'eau et ρ_a la masse volumique de l'air (*voir l'exercice sur l'expérience de Millikan dans le TD 3*).

1) Justifier les affirmations précédentes à l'aide des principes de la mécanique. En déduire l'expression de la vitesse, sachant qu'initialement la vitesse est nulle ;
2) Montrer qu'assez rapidement, la gouttelette atteint une vitesse limite et calculer la valeur de cette limite, sachant que $\alpha = 6\pi\eta r$, où le coefficient de viscosité η et le rayon r de la goutte valent respectivement :

$$\eta = 1{,}8 \times 10^{-5}\,\text{Pa.s} \qquad r = 60\,\mu$$

On rappelle que $\rho = 1000$ kg.m^{-3} et $\rho_a = 1{,}3$ kg.m^{-3} ;
3) Appliquer le théorème de l'énergie mécanique dans les deux phases. Interpréter les résultats obtenus.

III. Énergie potentielle d'interaction d'une molécule NaCl

L'énergie potentielle d'interaction entre les ions Na^+ et Cl^- d'une molécule de chlorure de sodium (sous forme vapeur) a pour expression :

$$E_p(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{b}{r^9}$$

r étant la distance séparant les ions.

1) Sachant que r vaut $r_0 = 276$ pm lorsque la molécule est dans un état d'équilibre stable, calculer b en précisant son unité SI.
2) Calculer, en J.mol^{-1} puis en eV, l'énergie de dissociation de la molécule.

IV. Influence d'un frottement solide sur un oscillateur harmonique

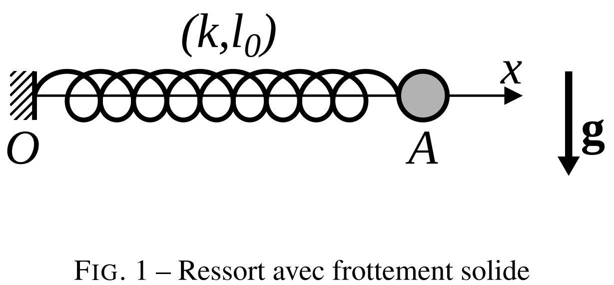

FIG. 1 – Ressort avec frottement solide

On considère une masselotte A, de masse $m = 20$ g, accrochée à un ressort, de longueur à vide $l_0 = 30$ cm et de raideur $K = 2$ N.m^{-1}, pouvant glisser avec frottement sur une tige horizontale (Fig. 1).

1) Établir l'équation vectorielle à laquelle satisfait le mouvement de A, en faisant apparaître le poids, la réaction de la tige sur A et la force de rappel linéaire exercée par le ressort.

2) Projeter l'équation précédente selon l'axe Ox du mouvement. Les composantes tangentielle et normale de la réaction sont reliées entre elles par l'équation de Coulomb relative au frottement solide :

$$|R_x| = \mu |R_y|$$

μ étant le facteur de frottement, et R_x est toujours de signe opposé à la vitesse. En déduire la forme canonique suivante de l'équation différentielle à laquelle satisfait $X = x - l_0$:

$$\ddot{X} + \omega_0^2 X = \varepsilon \mu g$$

où $\varepsilon = +1$ si $\dot{X} < 0$ et $\varepsilon = -1$ si $\dot{X} > 0$. Calculer numériquement la période T_0 de l'oscillateur en l'absence de frottement. Donner un moyen concret pour rendre négligeable un tel frottement.

3) On étudie expérimentalement un tel oscillateur abandonné dans les conditions initiales suivantes :

$$X(0) = D_0 = 30\,\text{cm} \quad \text{et} \quad \dot{X}(0) = 0$$

À l'aide d'une table traçante, on constate que, durant la première période T_0, $X(t)$ peut se mettre sous la forme suivante :

$$\text{Pour} \quad 0 \leq t \leq \frac{T_0}{2} \qquad X(t) = (D_0 - D_1)\cos(\omega_0 t) + D_1$$

avec $D_1 = 5$ cm. Puis :

$$\text{Pour} \quad \frac{T_0}{2} \leq t \leq T_0 \qquad X(t) = (D_0 - 3D_1)\cos(\omega_0 t) - D_1$$

a) Calculer la variation d'énergie mécanique entre l'instant $t = 0$ et $t = T_0/2$, ainsi que le travail de la force de frottement (on pourra remarquer que d'après la forme donnée de $X(t)$, la vitesse du point est nulle à ces deux instants, et appliquer le théorème de l'énergie mécanique). En déduire une méthode de mesure de μ. Application numérique ;

b) Vérifier ce résultat en calculant directement le travail des forces entre $t = 0$ et $t = T_0/2$

c) Peut-on prédire au bout de combien de temps le mouvement s'arrête ?